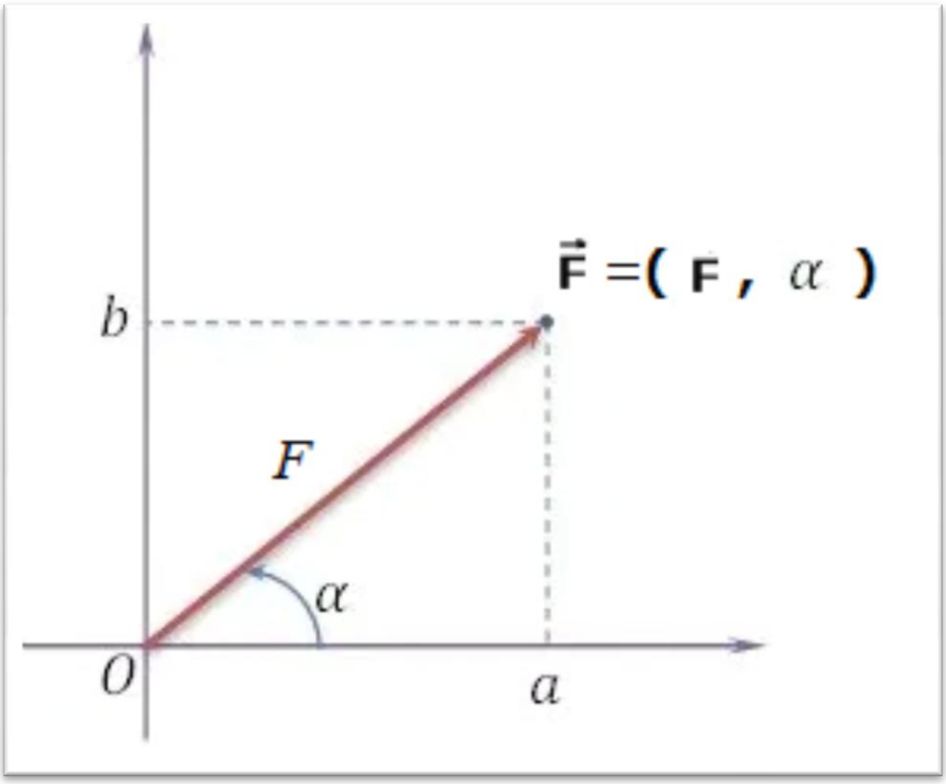
Pasar de forma polar a cartesiana

Dado un vector en su forma polar:

$$\vec{F} = (F, \propto)$$

donde F es la magnitud del vector y α es el ángulo que el vector forma con el eje x positivo.



Utilizando las propiedades de la trigonometría clásica, podemos obtener:

$$\boldsymbol{F_x = F\, cos \propto}$$

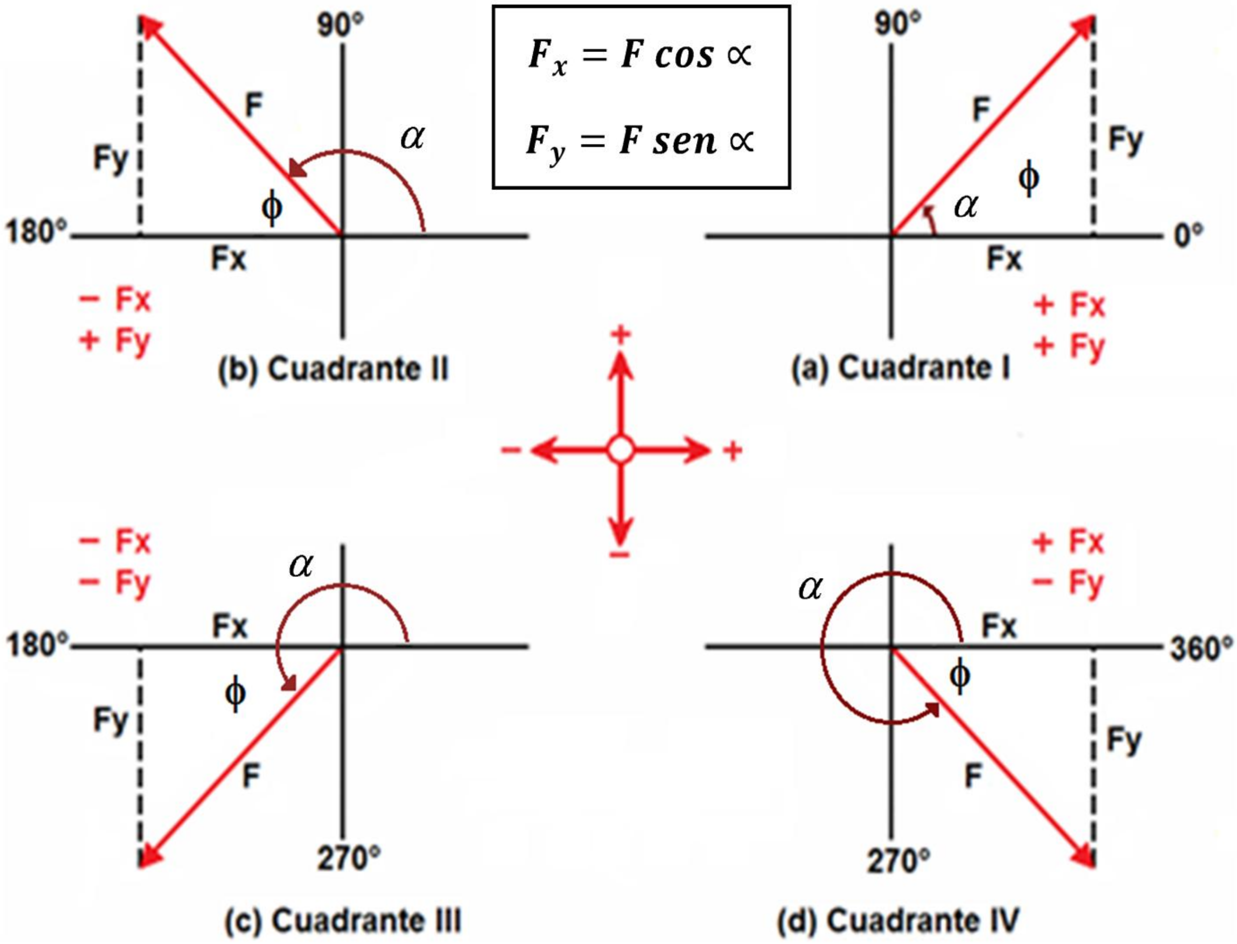
$$\boldsymbol{F_y = F\, sen \propto}$$

Por lo tanto, el vector en su forma cartesiana o rectangular es:

$$\vec{F} = \left(F_x, F_y\right)$$

$$F_x = F\ cos \propto$$

$$F_y = F\ sen \propto$$



Pasar de forma cartesiana a polar

Dado un vector en su forma cartesiana:

$$\vec{F} = (F_x, F_y)$$

donde F_x y F_y son las componentes cartesianas del vector.

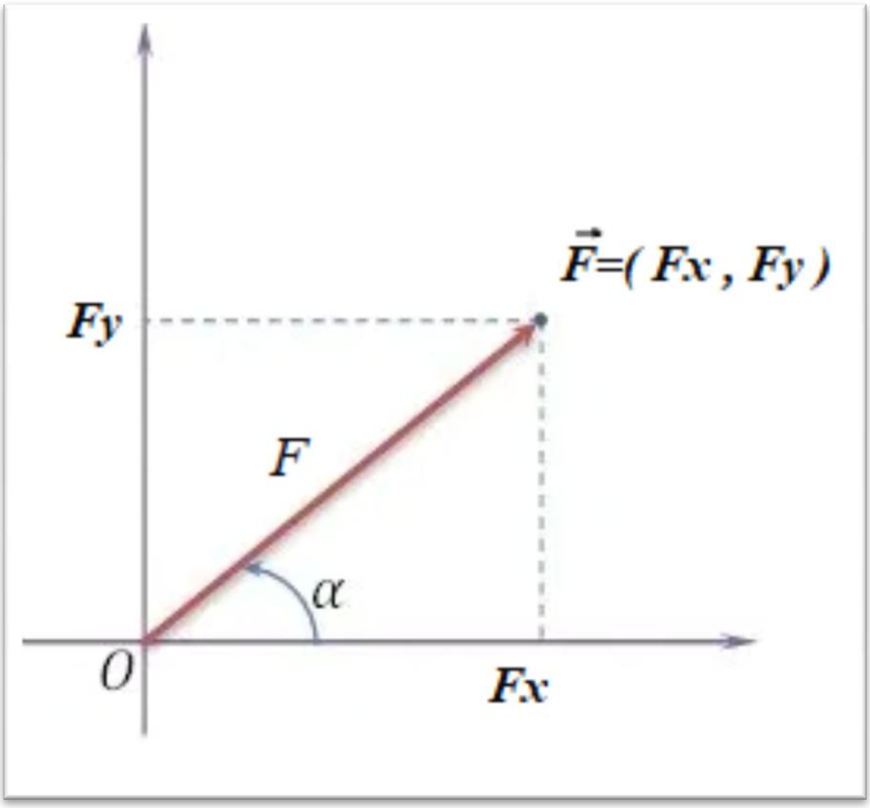
Utilizando el teorema de Pitágoras, podemos obtener:

Para la **MAGNITUD DEL VECTOR**.

$$\boldsymbol{F = \sqrt{{F_x}^2 + {F_y}^2}}$$

Para el **ÁNGULO DEL VECTOR** usando las propiedades de la trigonometría clásica, Por lo tanto, el vector en su forma cartesiana o rectangular es:

$$\propto = \boldsymbol{tan^{-1}} \left(\frac{\boldsymbol{F_y}}{\boldsymbol{F_x}}\right) \qquad \begin{cases} + \ \ \boldsymbol{0} & \boldsymbol{si\ \ F_x\ es\ positiva} \\ \\ \boldsymbol{+180} & \boldsymbol{si\ \ F_x\ es\ negativa} \end{cases}$$

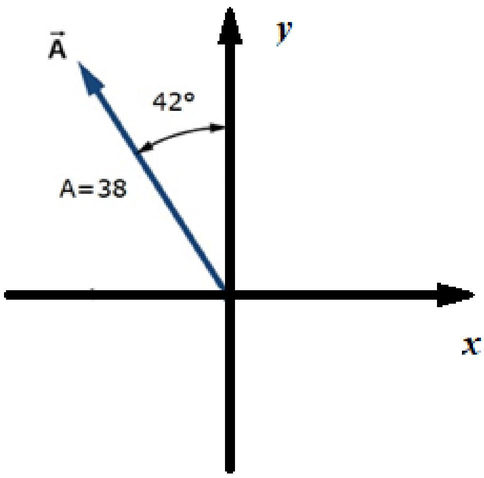


ACTIVIDADES

Encuentra la magnitud y el ángulo de dirección o sentido de los siguientes vectores, y expresa al vector en su forma polar.

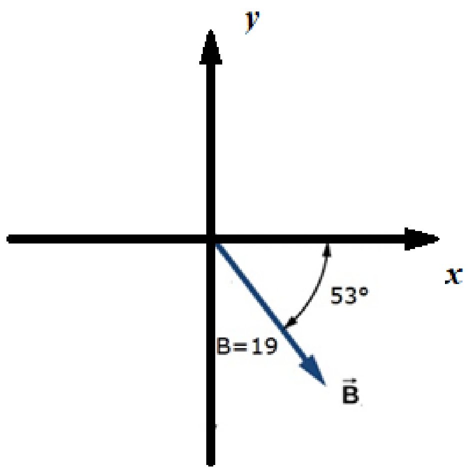
1. $\overrightarrow{V_1} = (13, 25) = (28, 62.5°)$
2. $\overrightarrow{V_2} = (15, -35) = (38, -67°)$
3. $\overrightarrow{V_3} = (-45, 0) = (45, 180°)$
4. $\overrightarrow{V_4} = (-24, -12) = (26.8, 206°)$
5. $\overrightarrow{V_5} = (0, -32) = (32, 270°)$
6. $\overrightarrow{V_6} = 36\hat{\imath} + 23\hat{\jmath} = (36, 23) = (43, 32.5°)$
7. $\overrightarrow{V_7} = -12\hat{\imath} + 20\hat{\jmath} = (23.3, 121°)$
8. $\overrightarrow{V_8} = 6\hat{\imath} - 4\hat{\jmath} = (7.2, 34°)$

9.



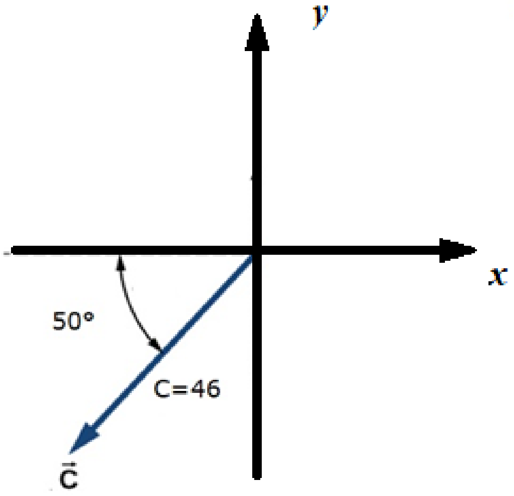
$\overrightarrow{V_A} = (38, 132°)$

10.



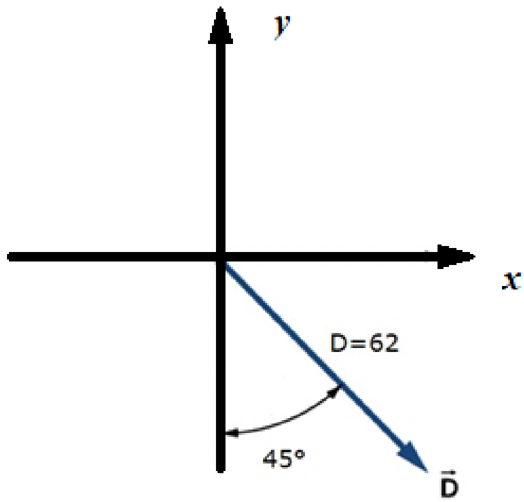
$\overrightarrow{V_B} = (19, -53°) = (19, 307°)$

11.



$\overrightarrow{V_C} = (46, 230°)$

12.



$\overrightarrow{V_D} = (62, 315°)$

Y YA

SUMA DOS O MÁS VECTORES MEDIANTE EL USO DE COMPONENTES

1. **Dibuje un diagrama**, sume los vectores gráficamente, ya sea por el método del paralelogramo o por el de punta y origen.

2. **Elija los ejes** *x* y *y*. Si es posible, elíjalos de tal forma que hagan el trabajo más sencillo. (Por ejemplo, elija un eje a lo largo de la dirección de uno de los vectores; de este modo dicho vector sólo tendrá un componente).

3. **Proceda a descomponer cada vector** en sus componentes *x* y *y*, y muestre cada componente a lo largo de su eje apropiado (*x* o *y*) como una flecha (punteada).

4. **Calcule cada componente** (cuando no se proporcione) con el uso de senos y cosenos. Si α es el ángulo que el vector forma con el eje *x* positivo, entonces:

$$\boldsymbol{F_x = F\ cos \propto} \qquad \qquad \boldsymbol{F_y = F\ sen \propto}$$

   Ponga mucha atención a los **signos**: todo componente que apunte a lo largo del eje *x* o *y* negativo tiene un signo **-**.

5. **Sume** todos los **componentes** *x* para obtener el componente *x* del resultante. Haga lo mismo para *y*:

$$R_x = F_{Rx} = F_{1x} + F_{2x} + \ \dots\dots\dots \ = \sum F_x$$

$$R_y = F_{Ry} = F_{1y} + F_{2y} + \ \dots\dots\dots \ = \sum F_y$$

   Ésta es la respuesta: los componentes del vector resultante. Compruebe los signos para ver si corresponden al cuadrante que se muestra en el diagrama (punto 1).

6. Si quiere conocer la **magnitud y dirección** del vector resultante, utilice las ecuaciones:

$$\boldsymbol{R = F_R = \sqrt{{F_{Rx}}^2 + {F_{Ry}}^2}}$$

$$\boldsymbol{\propto_R = tan^{-1}\left(\frac{F_{Ry}}{F_{Rx}}\right)} \qquad \begin{cases} \boldsymbol{+0 \quad si\ \ F_{Rx}\ es\,positiva} \\ \boldsymbol{+180 \quad si\ \ F_{Rx}\ es\,negativa} \end{cases}$$

7. El diagrama vectorial que ya dibujó le ayudará a obtener la posición correcta (cuadrante) del ángulo α.

SUMA DE VECTORES POR COMPONENTES CARTESIANAS

Para cada situación, se tienen varios vectores. Determine:

a) Las componentes cartesianas de cada vector.
b) El vector resultante de la suma de los vectores:
c) La magnitud y el ángulo de dirección de la resultante.

1. $\overrightarrow{V_1} = (8, -4) \qquad \overrightarrow{V_2} = (6, 15)$

Las componentes cartesianas de cada vector son:

$$V_{1x} = 8 \qquad V_{1y} = -4$$

$$V_{2x} = 6 \qquad V_{2y} = 15$$

Para obtener la resultante $\overrightarrow{V_R} = \overrightarrow{V_1} + \overrightarrow{V_2}$ se suma componente a componente, podemos hacerlo de la siguiente manera:

$$V_{Rx} = \sum V_x = V_{1x} + V_{2x} = 8 + 6 = 14$$

$$V_{Ry} = \sum V_y = V_{1y} + V_{2y} = -4 + 15 = 11$$

Por lo tanto

$$V_{Rx} = 14 \qquad V_{Ry} = 11$$

El vector resultante es:

$$\overrightarrow{V_R} = (14, 11)$$

Para la **magnitud** de la resultante:

$$V_R = \sqrt{{V_{Rx}}^2 + {V_{Ry}}^2} = \sqrt{(14^2 + 11^2)}$$

$$V_R = \sqrt{317} = 17.8$$

$$V_R = 18$$

Para el **ángulo** usaremos la formula:

$$\propto_R = tan^{-1}\left(\frac{V_{Ry}}{V_{Rx}}\right) \qquad \text{ya que } V_{Rx} \text{ es positiva}$$

$$\propto_R = tan^{-1}\left(\frac{11}{14}\right)$$

$$\propto_R = 38.1° = 38°$$

2. $\overrightarrow{V_1} = (18, 24)$ $\overrightarrow{V_2} = (35, 170°)$

Las componentes cartesianas de $\overrightarrow{V_1}$ son:

$$V_{1x} = 18 \qquad V_{1y} = 24$$

es directo porque está en su forma cartesiana pero $\overrightarrow{V_2}$ esta en forma polar, por lo tanto necesitamos pasarlo en su forma rectangular usando:

$$V_x = V\, cos \propto \qquad V_y = V\, sen \propto$$

Como $V_2 = 35$ y $\propto_2 = 170°$ tenemos:

$$V_{2x} = V_2\, cos \propto_2 \qquad V_{2y} = V_2\, sen \propto_2$$

$$V_{2x} = 35\, cos 170 \qquad V_{2y} = 35\, sen\, 170$$

$$V_{2x} = -34.5 \qquad V_{2y} = 6.1$$

Para obtener la resultante $\overrightarrow{V_R} = \overrightarrow{V_1} + \overrightarrow{V_2}$ se suma componente a componente, podemos hacerlo de la siguiente manera:

$$V_{Rx} = \sum V_x = V_{1x} + V_{2x} = 18 + (-34.5) = -16.5$$

$$V_{Ry} = \sum V_y = V_{1y} + V_{2y} = 24 + 6.1 = 30.1$$

Por lo tanto

$$V_{Rx} = -16.5 \qquad V_{Ry} = 30.1$$

El vector resultante es:

$$\overrightarrow{V_R} = (-16.5\ , 30.1\ )$$

Para la **magnitud** de la resultante:

$$V_R = \sqrt{{V_{Rx}}^2 + {V_{Ry}}^2} = \sqrt{((-16.5\ )^2 + 30.1^2)}$$

$$V_R = \sqrt{1178.26} = 34.3$$

$$V_R = 34.3$$

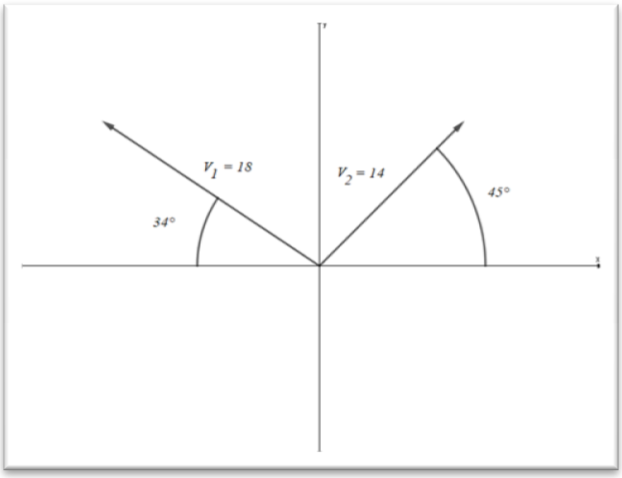
Para el **ángulo** usaremos la formula:

$$\propto_R = tan^{-1}\left(\frac{V_{Ry}}{V_{Rx}}\right) + 180$$ ya que V_{Rx} es negativo

$$\propto_R = tan^{-1}\left(\frac{30.1}{-16.5}\right) + 180$$

$$\propto_R = -61.3 + 180 = 118.7$$

3.



Tenemos que

$$V_1 = 18 \qquad \propto_1 = 180 - 34 = 146°$$

= - (180+34)= - 214

$$V_2 = \ 14 \qquad \propto_2 = 45°$$

Necesitamos pasarlos en su forma cartesiana o rectangular usando:

$$V_x = V\ cos \propto \qquad V_y = V\ sen \propto$$

Tenemos para V_1:

$$V_{1x} = V_1\ cos \propto_1 \qquad V_{1y} = V_1\ sen \propto_1$$

$$V_{1x} = \ 18 cos\ 146 = -15 \qquad V_{1y} = 18\ sen\ 146 = 10$$

$$V_{1x} = \ -15 \qquad V_{1y} = \ 10$$

para V_2:

$$V_{2x} = V_2\ cos \propto_2 \qquad V_{2y} = V_2\ sen \propto_2$$

$$V_{2x} = 14\ cos\ 45 \qquad V_{2y} = 14\ \ sen\ 45$$

$$V_{2x} = 10 \qquad V_{2y} = 10$$

Para obtener la resultante $\overrightarrow{V_R} = \overrightarrow{V_1} + \overrightarrow{V_2}$ se suma componente a componente, podemos hacerlo de la siguiente manera:

$$V_{Rx} = \sum V_x = V_{1x} + V_{2x} = \ -15 + 10 \quad = -5$$

$$V_{Ry} = \sum V_y = V_{1y} + V_{2y} = \ 10 + 10 \ = 20$$

Por lo tanto

$$V_{Rx} = -5 \qquad V_{Ry} = 20$$

El vector resultante es:

$$\overrightarrow{V_R} = (-5\ ,20\ )$$

Para la magnitud de la resultante:

$$V_R = \sqrt{{V_{Rx}}^2 + {V_{Ry}}^2} = \sqrt{((-5)^2 + 20^2)}$$

$$V_R = \sqrt{425} = 20.6$$

$$V_R = 21$$

Para el **ángulo** usaremos la formula:

$$\propto_R = tan^{-1}\left(\frac{V_{Ry}}{V_{Rx}}\right) + 180 \qquad \text{ya que } V_{Rx} \text{ es negativa}$$

$$\propto_R = tan^{-1}\left(\frac{20}{-5}\right) + 180$$

$$\propto_R = 104°$$